

ЗАДАЧИ

В таблице приведены номера вариантов и задач. Например, студент, выполняющий задание варианта № 7, должен решить задачи: 4.1; 4.8; 4.16; 4.23; 4.29; 4.32; 4.41; 4.43; 4.45.

№ вар.	№ задач									
1	4.2	4.8	4.11	4.20	4.29	4.31	4.37	4.42	4.45	
2	4.1	4.9	4.12	4.21	4.26	4.30	4.40	4.43	4.46	
3	4.4	4.6	4.13	4.22	4.27	4.32	4.34	4.39	4.47	
4	4.5	4.10	4.15	4.23	4.28	4.33	4.35	4.38	4.48	
5	4.3	4.7	4.14	4.24	4.25	4.36	4.41	4.44	4.49	
6	4.2	4.9	4.12	4.22	4.28	4.31	4.40	4.42	4.47	
7	4.1	4.8	4.16	4.23	4.29	4.32	4.41	4.43	4.45	
8	4.4	4.7	4.18	4.20	4.26	4.33	4.37	4.44	4.46	
9	4.5	4.6	4.17	4.24	4.25	4.30	4.35	4.39	4.48	
0	4.3	4.10	4.19	4.21	4.27	4.34	4.36	4.38	4.49	

4.1. Колебания точки массой 10 г заданы уравнением $x = 5 \cdot 10^{-2} \sin 0,5t$ м. Определить: силу, действующую на точку в момент времени $t = 2$ с; полную энергию точки.

4.2. Точка массой 5 г совершает гармоническое колебание по закону $x = 5 \sin(3/5 \pi t + \pi/3)$ (см). Написать уравнения колебаний кинетической и потенциальной энергии точки; определить полную энергию точки.

4.3. Материальная точка массой 20 г совершает гармоническое колебание. Максимальная скорость точки 0,1 м/с, амплитуда колебаний $4 \cdot 10^{-2}$ м. В начальный момент времени смещение равно половине амплитуды. Написать уравнение колебаний. Определить силу, действующую на точку в момент времени $t = T/3$.

4.4. Полная энергия колеблющегося тела $5 \cdot 10^{-5}$ Дж, максимальная сила, действующая на тело, $2,5 \cdot 10^{-3}$ Н, частота колебаний 0,5 Гц, начальная фаза 60° . Написать уравнение колебаний тела. Определить скорость и ускорение тела в момент времени $t = T/6$.

4.5. Точка совершает гармоническое колебание с циклической частотой 4,0 рад/с. В некоторый момент времени смещение точки от положения равновесия равно 0,25 м, скорость 1 м/с. Написать уравнение колебаний точки. Определить смещение и скорость точки в момент времени $t = T/12$. Начальную фазу принять равной нулю.

4.6. Уравнение колебания системы имеет вид

$$x = 4 \cdot 10^{-2} e^{-0,2t} \sin \frac{\pi}{8} t \text{ м.}$$

Определить: собственную частоту колебаний системы; амплитуду после трех полных колебаний.

4.7. Уравнение колебаний точки задано в виде:

$$x = 5 \cdot 10^{-2} e^{-0,25t} \cos \frac{\pi}{2} t \text{ м.}$$

Определить логарифмический декремент затухания колебаний. За какое время амплитуда колебаний уменьшается в 10 раз?

4.8. Период затухающего колебания системы 2 с, логарифмический декремент 1,6; начальная фаза равна 0. В момент времени $t = T/4$ смещение равно 5 см. Написать уравнение колебаний. Определить число колебаний, по прошествии которых амплитуда убывает в 10^2 раз.

4.9. В начальный момент времени смещение колеблющейся точки максимально и равно 0,1 м. За 10 колебаний амплитуда уменьшается на $1/10$ своей первоначальной величины. Период колебаний равен 0,4 с. Определить коэффициент затухания и логарифмический декремент. Написать уравнение колебаний.

4.10. Уравнение затухающего колебания системы имеет вид: $x = 10^{-1} e^{-0,2t} \cos \frac{\pi}{8} t$ м. Масса системы 0,1 кг. Определить собственную частоту колебаний, коэффициент упругости, коэффи-

циент сопротивления, логарифмический декремент. Подсчитать амплитуду колебаний в момент времени $t = 5$ с.

4.11. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $0,2$ мкФ и катушки индуктивностью 5 мГн. Максимальный заряд на конденсаторе равен $2 \cdot 10^{-6}$ Кл. Написать законы изменения заряда на обкладках конденсатора и силы тока в контуре с течением времени. Определить энергию электрического поля и энергию магнитного поля в момент времени $t = T/6$.

4.12. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $0,25$ мкФ и катушки индуктивностью $0,5$ Гн. Полная энергия контура $5 \cdot 10^{-5}$ Дж. Написать закон изменения с течением времени: силы тока в контуре; разности потенциалов на обкладках конденсатора. Считать, что в начальный момент времени заряд на конденсаторе максимальный.

4.13. В колебательном контуре разность потенциалов на обкладках конденсатора изменяется по закону: $U = 100 \sin 10^4 t$, В. Индуктивность контура $0,2$ Гн. Определить емкость контура. Написать закон изменения с течением времени энергии электрического поля и энергии магнитного поля контура.

4.14. Частота колебаний в контуре 250 кГц. Индуктивность контура $1,0$ мГн. Начальный заряд на конденсаторе максимален и равен 10^{-6} Кл. Определить емкость контура. Написать закон изменения с течением времени силы тока в контуре. Определить полную энергию контура. (Сопротивлением контура пренебречь).

4.15. Сила тока в колебательном контуре изменяется со временем по закону $I = 2 \cdot 10^{-2} \sin 400\pi t$ А. Индуктивность контура 1 Гн. Определить: период колебаний в контуре; емкость контура; энергию электрического и магнитного поля контура в момент времени $t = T/4$.

4.16. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $0,2$ мГн и двух конденсаторов емкостью 4 мкФ каждый. Максимальный ток в контуре $0,1$ А. Определить: период собственных колебаний в контуре; максимальный заряд на конденсаторах и напряжение на каждом из них. Рассмотреть случаи последовательного и параллельного соединения конденсаторов.

4.17. Батарея, состоящая из двух конденсаторов емкостью 2 мкФ каждый, разряжается через катушку индуктивностью 1 мГн, сопротивление которой 50 Ом. Как нужно соединить конденсаторы (последовательно или параллельно), чтобы в контуре возникли колебания? Определить период колебаний. Написать закон изменения с течением времени разности потенциалов на батарее конденсаторов, считая начальный заряд 10^{-6} Кл равным максимальному.

4.18. Закон изменения во времени разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре задан в виде:

$$U = 20 \cos 10^4 \pi t, \text{ В.}$$

Емкость конденсатора 10^{-6} Ф. Определить: индуктивность контура; максимальный заряд на конденсаторе и максимальную силу тока в контуре; полную энергию контура.

4.19. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 7 мкФ, индуктивности 0,2 Гн и сопротивления 20 Ом. Начальный заряд на конденсаторе $5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Написать закон изменения со временем заряда на обкладках конденсатора. Определить период колебаний в контуре; логарифмический декремент затухания. Определить число колебаний, по прошествии которых амплитуда колебаний заряда уменьшается в 100 раз.

4.20. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях одинаковых периодов 1,5 с. Амплитуды колебаний одинаковы и равны 2 см каждая. Начальные фазы колебаний равны $\pi/2$ и $\pi/3$. Написать уравнение результирующего колебания и построить векторную диаграмму.

4.21. Материальная точка массой 0,1 кг участвует в двух одинаково направленных колебаниях, которые заданы уравнениями: $x_1 = 3 \cos(5t + 0,2\pi)$ см; $x_2 = 5 \cos(5t + 0,7\pi)$ см. Написать уравнение результирующего колебания. Определить полную энергию точки.

4.22. На горизонтально и вертикально отклоняющие пластины осциллографа подаются соответственно напряжения: $U_x = 10 \sin 2t$ В, $U_y = 20 \sin(2t + \varphi)$ В. Написать уравнение траектории, описываемой электронным лучом на экране осциллографа, в двух случаях: $\varphi = 0$; $\varphi = \pi/2$. Чувствительности пластин равны $j_x = j_y = 2$ мм/В.

4.23. Точка массой $2 \cdot 10^{-2}$ кг участвует в двух одинаково направленных колебаниях одинаковых частот 2 Гц. Амплитуда первого колебания $5 \cdot 10^{-2}$ м, начальная фаза $\pi/6$. Амплитуда второго колебания $7 \cdot 10^{-2}$ м, начальная фаза $\pi/4$. Определить: скорость точки в момент времени $t = T/3$; полную энергию колебаний.

4.24. На горизонтально и вертикально отклоняющие пластины осциллографа подаются соответственно напряжения $U_x = 20 \sin 100\pi t$ В, $U_y = 25 \sin(100\pi t + \pi/6)$ В. Чувствительности пластин $j_x = j_y = 2$ мм/В. Написать уравнение траектории, описываемой электронным лучом на экране осциллографа. Найти время, через которое луч возвращается в исходную точку.

4.25. Вынужденные колебания описываются дифференциальным уравнением $0,4\ddot{x} + 0,48\dot{x} + 1,6x = 0,8 \sin 3t$. Определить: частоту вынужденных колебаний; частоту собственных колеба-

ний системы; при какой частоте внешней силы будет наблюдаться резонанс.

4.26. Груз массой 2,5 кг, подвешенный к пружине с коэффициентом жесткости $3,6 \cdot 10^2$ Н/м, совершает вынужденные колебания под действием внешней силы $F = 13,5 \sin 6t$ Н. Определить амплитуду вынужденных колебаний груза. Трением пренебречь.

4.27. Вынужденные колебания в электрическом контуре описываются дифференциальным уравнением $\ddot{q} + 500\dot{q} + 10^6q = 100 \sin 10^3t$. Амплитуда ЭДС внешнего источника равна 4 В. Определить индуктивность, емкость и сопротивление контура, а также зависимость напряжения на обкладках конденсатора от времени.

4.28. В колебательный контур, состоящий из конденсатора емкостью 0,25 мкФ, катушки индуктивностью 0,01 Гн и сопротивления 100 Ом, включен генератор, создающий ЭДС $E = 10 \sin 10^4t$ В. Написать дифференциальное уравнение вынужденных колебаний заряда контура. Найти зависимость силы тока в контуре от времени.

4.29. Уравнение собственных колебаний в электрическом контуре имеет вид $U = U_m e^{-500t} \sin 1,41 \cdot 10^3t$ В. Найти зависимость напряжения на конденсаторе от времени при вынужденных колебаниях при включении в контур внешней ЭДС $E = 1,6 \cdot \sin 10^3t$ В.

4.30. Плоская волна, возбуждаемая вибратором, колеблющимся по закону $x = 0,2 \sin 20\pi t$ м, распространяется со скоростью 10 м/с. Написать уравнение плоской волны. Определить длину волны и период. Определить в момент $t = 0,1$ с смещение точки среды, находящейся на расстоянии 10,25 м от вибратора.

4.31. Источник колебаний с периодом 10^{-2} с и амплитудой $5 \cdot 10^{-4}$ м посылает волну, распространяющуюся в среде со скоростью 300 м/с. Определить длину плоской волны. Написать уравнение волны. Определить максимальную колебательную скорость частиц среды.

4.32. В стальном стержне распространяется плоская продольная волна от источника, уравнение колебаний которого задано в виде: $x = 10^{-5} \sin 10^2t$ м. Модуль Юнга стали $2 \cdot 10^{11}$ Н/м²; плотность стали $8 \cdot 10^3$ кг/м³. Написать уравнение волны. Определить: длину волны; максимальную относительную деформацию в стержне.

4.33. Уравнение незатухающих колебаний источника имеет вид: $x = 10^{-6} \sin 10^2t$ м. Длина волны 15 м. Написать уравнение плоской волны. Определить: смещение точки среды, находящейся на расстоянии 20 м от источника в момент времени 0,01 с; разность фаз колебаний точек, расположенных на расстоянии 15 м и 20 м от источника.

4.34. Частота колебаний источника волн 300 Гц. На расстоянии 0,3 м от источника волну можно считать сферической, амплитуда колебаний частиц воздуха на этом расстоянии 10^{-3} мкм. Температура воздуха 17°C , плотность воздуха $1,2\text{ кг/м}^3$, молярная масса $29 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$. Написать уравнение волны, распространяющейся в воздухе. Определить плотность потока энергии на расстоянии 20 м от источника.

4.35. Уравнение плоской волны, распространяющейся в стержне сечением 10 см^2 , имеет вид: $x = 6 \cdot 10^{-6} \cos(1900t - 5,7z)$ м. Определить: частоту колебаний; длину волны; скорость распространения волны в стержне. Какую энергию переносит волна через сечение стержня за 2 с? Плотность материала стержня $4 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$.

4.36. Плоская бегущая акустическая волна представлена уравнением $x = 5 \cdot 10^{-4} \sin(1980t - 6z)$ м. Определить: частоту колебаний; скорость и длину волны; максимальную относительную деформацию среды.

4.37. Уравнение сферической волны, распространяющейся в воздухе, имеет вид:

$$x = \frac{10^{-6}}{r} \sin(10^3 t - 3r) \text{ мкм.}$$

Плотность воздуха $1,2\text{ кг/м}^3$. Определить: длину волны и ее скорость; максимальное акустическое давление и уровень сигнала на расстоянии 300 м от источника. Нулевая интенсивность равна 10^{-12} Вт/м^2 .

4.38. Звуковая волна прошла через перегородку, вследствие чего уровень сигнала уменьшился на 30 дБ. Во сколько раз уменьшилась интенсивность звука?

4.39. На расстоянии 10 м от источника звука, размеры которого малы, уровень сигнала равен 20 дБ. Пренебрегая затуханием, определить: уровень сигнала на расстоянии 5 м; на каком расстоянии звук не слышен. Нулевая интенсивность $I_0 = 10^{-12}\text{ Вт/м}^2$.

4.40. Уравнение сферической волны, распространяющейся в воздухе, имеет вид:

$$x = \frac{10^{-6}}{r} \sin 2\pi \left(10^3 t - \frac{r}{0,33} \right) \text{ м.}$$

Амплитуда акустического давления на расстоянии 10 м от источника равна 0,2 Па. Определить мощность источника звуковых волн и среднюю за период объемную плотность энергии на расстоянии 100 м от источника. Определить уровень сигнала на этом расстоянии.

4.41. Мощность точечного источника звуковых волн равна 25 Вт. Частота источника 1000 Гц. Температура воздуха 17°C , плотность воздуха $1,2\text{ кг/м}^3$, молярная масса 29 г/моль. Написать уравнение волны, распространяющейся в воздухе. Опре-

делить амплитуду акустического давления и уровень сигнала на расстоянии 10 м от источника.

4.42. В воздухе при температуре 17°C образуются стоячие волны. Расстояние между соседними пучностями 0,5 м. Определить частоту волны. Молярная масса воздуха $29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.43. Уравнение стоячей волны в шнуре имеет вид $x = 0,02 \sin 2\pi z \cdot \sin 200\pi t$ м. Найти координаты узлов и пучностей, если длина шнура равна 1 м. Написать уравнения бегущих волн, из которых образована эта стоячая волна и определить их длину волны и скорость.

4.44. В струне массой 6 г и длиной 0,6 м образована стоячая волна. Сила натяжения струны равна 25 Н, амплитуда колебаний в пучности 0,5 см. Написать уравнение стоячей волны в струне, если она закреплена на концах и на ней имеются три пучности.

4.45. При приближении источника звука к наблюдателю кажущаяся частота равна 1100 Гц, при удалении 900 Гц. Определить скорость движения источника и частоту звука, издаваемого источником.

4.46. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями 72 км/час и 54 км/час. Первый поезд дает свисток с частотой 600 Гц. Определить частоту колебаний звука, который слышит пассажир второго поезда: перед встречей поездов; после встречи поездов. Скорость звука принять равной 340 м/с.

4.47. По озеру плывет катер со скоростью 2 м/с, а навстречу ему лодка со скоростью 1 м/с. Скорость волн, создаваемых катером, относительно поверхности озера равна 3 м/с, частота этих волн 0,5 Гц. С какой частотой будет качаться лодка в волнах, создаваемых катером, до встречи с ним и после этой встречи.

4.48. С балкона вниз падает будильник, издающий звук, частота основного тона которого 1000 Гц. Найти закон изменения частоты основного тона, воспринимаемой стоящим внизу человеком. Температура окружающего воздуха $t^\circ = 17^\circ\text{C}$, молярная масса 29 г/моль, ускорение свободного падения $9,8 \text{ м/с}^2$.

4.49. Движущийся со скоростью 108 км/ч автомобиль подает звуковой сигнал частотой 600 Гц. С какой скоростью и в какую сторону движется второй автомобиль, если частота сигнала, воспринимаемого его водителем, равна 630 Гц. Температура воздуха 17°C , молярная масса 29 г/моль.