

Фамилия И. О.
Группа–Номер
Вариант № _____

**Отчет к
компьютерной расчетно-графической работе
«Механика» № 1**

Условие задачи: шар массой 1 кг движется прямолинейно. Импульс шара меняется по закону $p(t) = 3t^2 + 2$.

- 1) Определить $v(t), a(t), s$;
- 2) Вычислить параметры движения в моменты времени $t_1 = 2$ и $t_2 = 5$ с;
- 3) Построить график $F(t)$, по графику определить $\Delta p(t_1, t_2)$.

Решение: В основе решения задачи лежат следующие физические явления и законы:

- Понятие и величины скорости, ускорения, пути, импульса, силы, массы, системы отсчета;
- Закон инерции (первый закон Ньютона) и основной закон динамики (второй закон Ньютона).

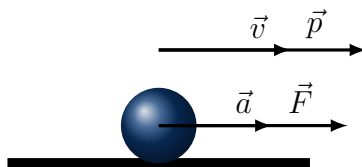


Рис. 1 — Направления векторов ускорения \vec{a} , силы \vec{F} , скорости \vec{v} и импульса \vec{p}

Аналитическое решение: Сила по второму закону Ньютона:

$$F(t) = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 + 2).$$

Изменение импульса за интервал времени от t_1 до t_2 :

$$\Delta p = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt.$$

Скорость тела:

$$\begin{aligned} p &= mv; \\ v &= \frac{p}{m} = 3t^2 + 2; \\ &v(t_1), v(t_2). \end{aligned}$$

Ускорение тела:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 + 2);$$
$$a(t_1), a(t_2).$$

Путь, пройденный телом за интервал времени от t_1 до t_2 :

$$v = \frac{ds}{dt};$$
$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

Вычислительное решение:

Листинг 1 — Листинг программы для СКА Maxima

```
1 (%i1) p:3*t^2+2;
2
3 (%o1)
4           2
           3 t  + 2
4 (%i2) f:diff(p,t);
5 (%o2)
6           6 t
6 (%i3) delta_p:integrate(f,t,2,5);
7 (%o3)
8           63
8 (%i4) m:1;
9 (%o4)
10          1
10 (%i5) v:p/m;
11
12          2
12 (%o5)      3 t  + 2
13 (%i6) ev(v,t = 2);
14 (%o6)
15          14
15 (%i7) ev(v,t = 5);
16 (%o7)
17          77
17 (%i8) a:diff(v,t);
18 (%o8)
19          6 t
19 (%i9) ev(a,t = 2);
20 (%o9)
21          12
21 (%i10) ev(a,t = 5);
22 (%o10)
23          30
23 (%i11) s:integrate(v,t,2,5);
24 (%o11)
25          123
25 (%i12) plot2d(f,[t,0,5],
26          [grid2d,true],
27          [xlabel,"t"],
28          [ylabel,"F(t)],
29          [png_file,"F(t).png"],
30          [style,[lines,3,red]],
31          [ytics,0,2,30]);
```

Комментарий: *Комментарий к тексту программы преследует исключительно учебные и справочные цели, поэтому его наличие в отчете не требуется! Следует особенно подчеркнуть, что представленный далее материал не в состоянии детально описать функции ПО и заменить полноценное изучение возможностей системы компьютерной алгебры Maxima.*

Каждая строка лист. 1 начинается с приглашения командного интерпретатора Maxima. Приглашение строки ввода начинается с символов (%i1) — это означает, что данная строка

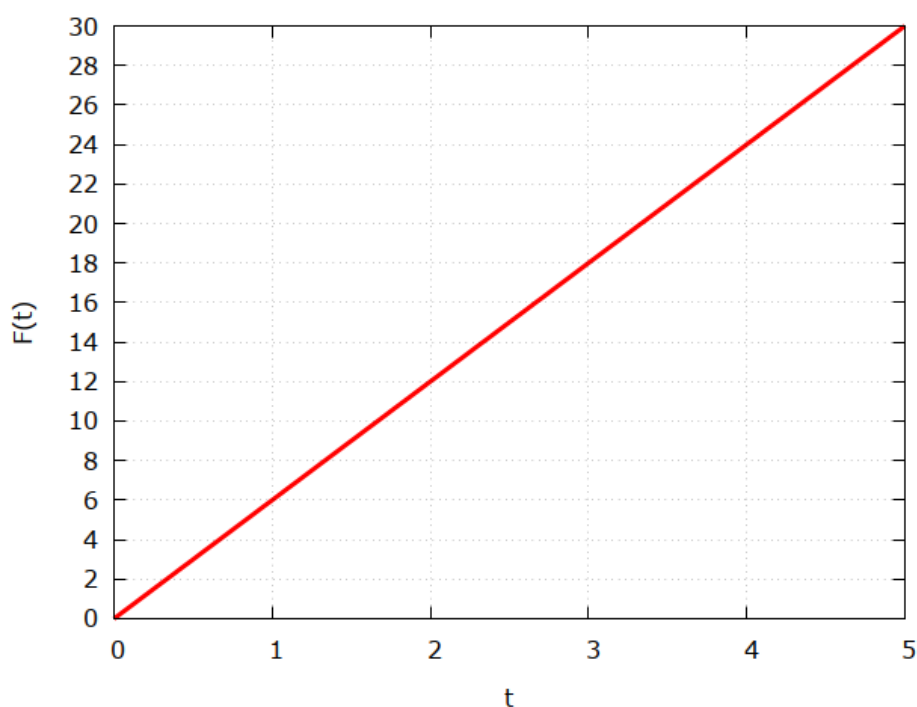


Рис. 2 — График функции $F(t)$

является первой строкой (номер 1) ввода (сокр. *i* от англ. *input*). Каждая новая строка введенная в программу увеличивает счетчик введенных строк. Строки вывода интерпретатора начинаются с символов (%o1), которые обозначают порядковый номер строки вывода (счетчик строк, в данном случае 1) и сокращение *o* от англ. *output*. Основное предназначение механизма счетчиков строк ввода и вывода заключается в возможности ссылки из любой части программы на соответствующую строку, посредством указания ее номера и типа (ввод, вывод). Нумерация строк выполняется интерпретатором автоматически, и при отсутствии необходимости может практически полностью игнорироваться пользователем¹.

В 1 строке листинга задается переменная *p*, сохраняющая значение функции импульса. В строке 2 выводится подтверждение (эхо) введенной ранее функции в текстовом виде. Эхо позволяет контролировать корректность вводимых данных. Строка 4 содержит объявление переменной *f*, которой присваивается результат дифференцирования импульса по времени (*t*), результат дифференцирования выводится в строке 5. Аналогично, в 6 строке листинга вычисляется интеграл от функции силы, за время от 2 до 5 секунд, а в строке 7 выводится результат интегрирования. В 8 строке объявляется переменная *so* с значением массы *m*, которая используется далее (строка 10) для определения функции скорости *v*. Строка 12 содержит результат вычисления — функцию скорости.

В строках 13–16 выполняется расчет значений скорости в соответствующие моменты времени *t*. Для этого используется функция *ev()*, в качестве первого аргумента которой передается рассчитываемая функция, а вторым аргументом служит значение переменной *v* в указанной функции.

Операция выполняемая в 17 строке аналогична операции из 4 строки листинга — результат дифференцирования функции скорости присваивается переменной ускорения *a*. В строках 19–22 вызывается функция *ev()* для расчета ускорения в заданный момент времени.

¹Разнообразие возможностей работы и взаимодействия пользователя с ПО *Maxima* достаточно велико. Командный интерпретатор программы поддерживает работу как в пакетном режиме (т.е. когда программой выполняется заранее подготовленный скрипт-файл), так и интерактивный режим ввода–вывода данных (т.е. когда пользователь последовательно исполняет определенную цепочку вычислений, т.н. «выкладка»).

В строке 23 объявляется переменная пути s , которой присваивается значение полученное интегрированием функции скорости по времени (от 2 до 5 с), строка 24 содержит числовой результат интегрирования.

В строках 25–31 листинга вызывается команда рисования двумерного графика функции $F(t)$ с параметрами. В качестве параметров функции выступают следующие значения:

- f — функция силы, определенная в строке 4;
- $[t, 0, 5]$ — значение переменной функции $F(t)$, т. е. времени в диапазоне от 0 до 5 с;
- $[\text{grid2d}, \text{true}]$ — опция функции $\text{grid2d}()$, отображающая координатную сетку графика;
- $[\text{xlabel}, 't']$ — опция функции $\text{grid2d}()$, указывает значение подписи для оси x ;
- $[\text{ylabel}, 'F(t)']$ — опция функции $\text{grid2d}()$, указывает значение подписи для оси y ;
- $[\text{png_file}, 'F(t).png']$, — опция функции $\text{grid2d}()$, определяет название и тип графического файла, в который будет сохранен график функции $F(t)$;
- $[\text{style}, [\text{lines}, 3, \text{red}]]$, — опция функции $\text{grid2d}()$, определяет палитру и параметры линий изображения графика. В данном случае, первым аргументом задается толщина линии (3 пункта), второй аргумент указывает на цвет линии графика (красный);
- $[\text{ytics}, 0, 2, 30]$ — опция функции $\text{grid2d}()$, определяет диапазон значений оси y , первый аргумент задает начальное значение, второй — приращение, последний аргумент определяет конечное значение.